

אסימפטוטה ונקודת אי רציפות סליקה ("חור")

דף עבודה – שאלון 571

לאחר שתתחברו לחשבון שלכם, צפו בסרטון , היעזרו ביישומון GOOL
וענו על השאלות הבאות:



(1) מלאו את הטבלה הבאה עבור שלוש פונקציות: $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$.

טבלת ערכים				טבלת ערכים			
פונקציה:	תחום הגדרה:				פונקציה:	תחום הגדרה:	
	$f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x-1)(x-2)}$						
	$x = 0.99$	$x = 0.999$	$x = 1.001$	$x = 1.01$	$x = 1.99$	$x = 1.999$	$x = 2.001$
	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$

טבלת ערכים				טבלת ערכים			
פונקציה:	תחום הגדרה:				פונקציה:	תחום הגדרה:	
	$g(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 8}$						
	$x = -2.01$	$x = -2.001$	$x = -1.999$	$x = -1.99$	$x = 3.99$	$x = 3.999$	$x = 4.001$
	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$

טבלת ערכים				טבלת ערכים			
פונקציה:	תחום הגדרה:				פונקציה:	תחום הגדרה:	
	$h(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3}$						
	$x = 0.99$	$x = 0.999$	$x = 1.001$	$x = 1.01$	$x = 2.99$	$x = 2.999$	$x = 3.001$
	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$

(2) שימו לב, לאיזה ערך שואפות הפונקציות בנקודות אי ההגדרה?

(3) ביישומון  הציגו בכל פעם את אחת הפונקציות: $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$.

- מהן משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציות האלה?
- נסו להסביר מדוע אין אסימפטוטה אנכית בכל הערכים בהם המכנה מתאפס.
(ניתן להיעזר בתוצאות שבטבלה למעלה).



- (4) העזרו בפירוק לגורמים והציגו את 3 הפונקציות הנ"ל בצורה מצומצמת.
א. האם לדעתכם תחום ההגדרה של הפונקציות המקוריות השתנה?
ב. מהן משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציות שהתקבלו לאחר הצמצום?

- (5) כתבו את תחום ההגדרה של הפונקציה: $f_1(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ומצאו את האסימפטוטה האנכית שלה.

- (6) ביישומון  מופיעות הפונקציות $f(x)$ ו- $f_1(x)$ בלבד.
א. האם אתם מבחינים בהבדל בין הגרפים של שתי הפונקציות האלה?
ב. בחרו את הטענה הנכונה מבין המשפטים הבאים:
(1) $f(x) = f_1(x)$ לכל x .
(2) $f(x) = f_1(x)$ בכל תחום ההגדרה של $f(x)$.
(3) $f(x) = f_1(x)$ בכל תחום ההגדרה של $f_1(x)$.



- (7) חשבו את שיעורי נקודת החיתוך (אם קיימת) בין הפונקציה: $y = -2$ וכל אחת מהפונקציות $f(x)$ ו- $f_1(x)$. האם קיבלתם תוצאה זהה? (שימו לב לתחום ההגדרה)

- (8) צפו בסרטון  ולאחר מכן מצאו את שיעורי נקודת אי הרציפות הסליקה של $f(x)$ מהסעיפים הקודמים. מדוע לא רואים את ה"חור" ב- $f(x)$ ביישומון באופן אוטומטי? האם תוכלו למצוא דרך לוודא ביישומון שהוא אכן קיים בנקודה שמצאתם?



- (9) ענו על שני הסעיפים הבאים:
א. מצאו את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.
ב. נתון כי הישר: $y = t$ (מספר ממשי) אינו חותך את הפונקציה. מצא את 2 הערכים האפשריים של t .

- (10) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [שאלה 1](#).



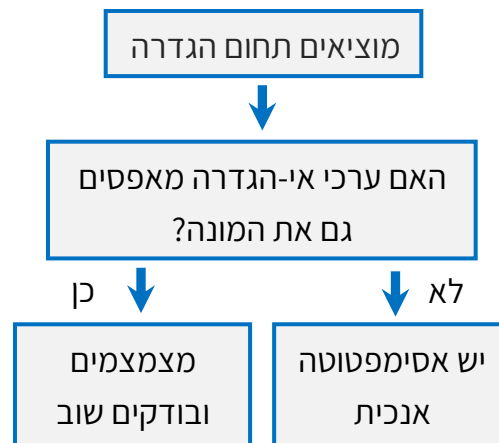
לסיכום:

- תנאי הכרחי אך לא מספיק לקיום אסימפטוטה אנכית בפונקציה רציונלית הוא איפוס המכנה.
- אם המונה אינו מתאפס עבור אותו x בו המכנה מתאפס, נקבל אסימפטוטה אנכית בשל החלוקה האסורה באפס.
- אם המונה מתאפס גם הוא עבור אותו x , זה סימן שגם המונה וגם המכנה ניתנים לפירוק לגורמים, ולשניהם יהיה גורם משותף הניתן לצמצום. בשל הצמצום, הגורם שאיפס את המכנה יכול להעלם, ובמקרה זה לא תתקבל אסימפטוטה, אלא נקודת אי רציפות סליקה, אותה אנו מדמים כמעין "חור" בגרף הפונקציה.
- ניתן לבצע את החקירה המלאה של הפונקציה על צורתה המצומצמת, מלבד תחום הצבה ואסימפטוטה אנכית ולא לשכוח לסמן את החור בגרף!

אסימפטוטה או חור? (דרך ב')



אסימפטוטה או חור? (דרך א')



תשובות סופיות:

(1) להלן הטבלאות המלאות:

טבלת ערכים				טבלת ערכים			
$x = 0.99$ $y = -1.97$	$x = 0.999$ $y = -1.997$	$x = 1.001$ $y = -2.003$	$x = 1.01$ $y = -2.03$	$x = 1.99$ $y = -299$	$x = 1.999$ $y = -2999$	$x = 2.001$ $y = 3001$	$x = 2.01$ $y = 301$
$x = -2.01$ $y = 0.834$	$x = -2.001$ $y = 0.833$	$x = -1.999$ $y = 0.833$	$x = -1.99$ $y = 0.833$	$x = 3.99$ $y = -99$	$x = 3.999$ $y = -999$	$x = 4.001$ $y = 1001$	$x = 4.01$ $y = 101$
$x = 0.99$ $y = -199$	$x = 0.999$ $y = -1999$	$x = 1.001$ $y = 2001$	$x = 1.01$ $y = 201$	$x = 2.99$ $y = 2.005$	$x = 2.999$ $y = 2.001$	$x = 3.001$ $y = 1.999$	$x = 3.01$ $y = 1.995$

(2) לפי טבלה.

(3) א. $f(x): x=2$, $g(x): x=4$, $h(x): x=1$. ב. הסבר.

$$(4) f(x): \frac{x+1}{x-2}, g(x): \frac{x-3}{x-4}, h(x): \frac{x+1}{x-1}$$

א. לא. ב. $f(x): x=2$, $g(x): x=4$, $h(x): x=1$.

(5) ת.ה: $x \neq 2$, אסימפטוטה: $x=2$.

(6) א. הפונקציות נראות זהות. ב. טענה (2).

(7) עם $f_1(x): (1, -2)$, עם $f(x)$ אין חיתוך.

(8) נקודת אי רציפות סליקה: $(1, -2)$.

ה- "חור" הוא נקודה שגודלה אפס ולכן לא ניתן לראותה. אפשר בצורה עקיפה למשל לבקש מהיישומון את נקודת החיתוך בין $f(x)$ ו- $y = -2$ ונראה שזו נקודה לא מוגדרת.

(9) א. $y=1$. ב. $t=1$, $t=-2$.